

Prof. Dr. Alfred Toth

Semiotische kartesische Produkte als kategoriale Produkte

1. Bekanntlich wurde bisher eine der Grundlagen der theoretischen Semiotik, die Bildung von Subzeichen als kartesische Produkte aus Primzeichen, in der kategoriethoretischen Semiotik vernachlässigt (vgl. Bense 1981, S. 124 ff., Toth 1997, S. 21 ff.).

2. Kartesische Produkte der allgemeinen Form

$$A \times B = \{ \langle x, y \rangle : x \in A \text{ und } y \in B \}$$

kann man in der Form zweier Projektionen

$$p_A: A \times B \rightarrow A$$

$$p_B: A \times B \rightarrow B$$

mit den entsprechenden Definitionen

$$p_A (\langle x, y \rangle) = x$$

$$p_B (\langle x, y \rangle) = y$$

unter Umgehung des Begriffs des geordneten Paares dadurch kategorial darstellen, daß man eine weitere Menge C sowie ein Paar von Abbildungen

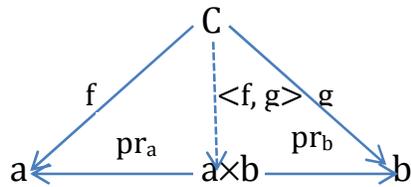
$$f: C \rightarrow A$$

$$g: C \rightarrow B$$

annimmt und dann

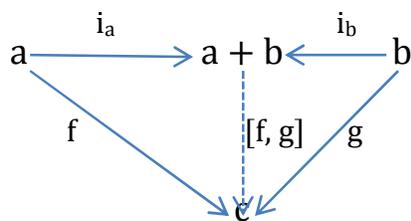
$$p: C \rightarrow A \times B$$

definiert. Auf diese Weise kann man kartesische Produkte als kategoriale Produkte wie folgt darstellen:



Es gilt: $pr_a \circ \langle f, g \rangle = f$ und $pr_b \circ \langle f, g \rangle = g$. $\langle f, g \rangle$ ist das Produkt von f und g bezüglich der Projektionen pr_a und pr_b (vgl. Goldblatt 2006, S. 46 ff.).

3. Damit haben wir also die Dyaden der kleinen semiotischen Matrix hergestellt. Welches aber ist das kategoriethoretische Äquivalent der Dyaden-Paare der grossen semiotischen Matrix (Bense 1975, S. 105)? Es wird hier vorgeschlagen, zur Bildung von Paaren von Subzeichen kommutierende Diagramme kategorialer Coprodukte zu verwenden, d.h. von dem allgemeinen Diagramm



mit $[f, g] \circ i_a = f$ und $[f, g] \circ i_b = g$ auszugehen. $[f, g]$ heißt dann als Coprodukt von f und g bezüglich der Injektionen i_a und i_b .

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Goldblatt, Robert, Topoi. New York 2006

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

14.4.2012